

MATEMÁTICAS II

(El alumno/a debe responder solamente a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1= 3 puntos, ejercicio 2= 3 puntos, ejercicio 3= 2 puntos, ejercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

- a) Sean C_1, C_2, C_3 las columnas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz cuadrada M de orden 3 con $\det(M) = 4$. Calcula, enunciando las propiedades de determinantes que utilices, el determinante de la matriz cuyas columnas primera, segunda y tercera son, respectivamente, $-C_2, 2C_1 - C_3, C_2 + C_3$

b) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcula todos los valores de a y b para los que $A^{-1} = A^t$, siendo A^t la matriz traspuesta de A .
- a) ¿Son coplanarios los puntos $A(1,0,2), B(0, -1,1), C(-1, -2,0)$ y $D(0,2,2)$? Si existe, calcula la ecuación del plano que los contiene.

b) Calcula la ecuación general y las ecuaciones paramétricas del plano que es perpendicular al plano $\alpha: 2x + y - 3z + 4 = 0$ y contiene a la recta que pasa por los puntos $P(-1,1,2)$ y $Q(2,3,6)$.
- a) Enuncia el teorema de Rolle. Calcula el valor de k para que la función $f(x) = x^3 - kx + 10$ cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-2,0]$ y para ese valor determina un punto del intervalo en el que se anule la derivada de $f(x)$.

b) Calcula el dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $g(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$ (Nota: \ln =logaritmo neperiano).
- Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola $f(x) = x^2 - 2x + 1$, su recta tangente en el punto $(3,4)$ y el eje OX (Nota: para el dibujo de la gráfica de la parábola, indica los puntos de corte con los ejes, el vértice y concavidad o convexidad).

OPCIÓN B

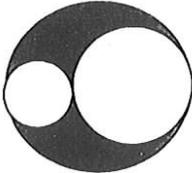
- a) Discute, según los valores del parámetro m , el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} mx - 2y + 2z &= 1 \\ 2x + my + z &= 2 \\ x + 3y - z &= m \end{aligned}$$

b) Resuelve, si es posible, el sistema anterior para el caso $m = 1$.
- a) Calcula la ecuación del plano que pasa por el punto $P(1,2, -3)$ y es perpendicular a la recta

$$r: \begin{cases} 2x + y + 2 = 0 \\ 3x - z + 1 = 0 \end{cases}$$

b) Calcula la distancia d del punto $Q(-1,0,-2)$ al plano $\beta: x - 2y + 3z + 12 = 0$. Calcula, si existe, otro punto de la recta r que también diste d del plano β .
- En una circunferencia de radio 10 cm., se divide uno de sus diámetros en dos partes que se toman como diámetros de dos circunferencias tangentes interiores a ella. ¿Qué longitud debe tener cada uno de estos dos diámetros para que sea máxima el área delimitada por las tres circunferencias (región sombreada)?


- a) Define función derivable en un punto. Calcula, si existen, los valores de a y b , para que sea derivable la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{e^x} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

b) Define integral indefinida de una función. Calcula $\int x^2 \cos x dx$