

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(El alumno/a debe responder solamente a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1 = 3 puntos, ejercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula la inversa de la matriz $(A^2 + I)$, siendo I la matriz identidad de orden 3.

2) Una empresa compra diversos artículos de adorno y los empaqueta en cajas para su distribución.

El coste promedio por caja (en euros) está dado por $C(x) = 3x - 18 \ln x + \frac{120}{x} + 50$, $x > 0$, siendo x el número de cajas que empaqueta (\ln : logaritmo neperiano). Determina el número de cajas que deben empaquetar para minimizar el coste promedio por caja $C(x)$.

3) Se quiere realizar un estudio sobre la situación laboral de los trabajadores en tres sectores de la economía que denotaremos por B_1 , B_2 y B_3 . La mitad de los trabajadores pertenecen al primer sector B_1 , y el resto se reparten en partes iguales entre los otros dos sectores B_2 y B_3 . El 8% de los del sector B_1 , el 4% de los del sector B_2 y el 6% de los del sector B_3 están en el paro.

- (a) Calcula el porcentaje de paro entre los trabajadores de dicho estudio.
- (b) ¿Qué porcentaje de los que tienen trabajo pertenecen al tercer sector B_3 ?

4) Debido a la futura fusión de dos entidades de ahorro, un estudio preliminar estima que, como máximo, un 5% de los clientes causará baja en la nueva entidad resultante. Un analista de mercados sospecha que la proporción de bajas será mayor y, para contrastarlo, realiza una encuesta a 400 clientes, elegidos al azar, sobre su intención de seguir operando con la nueva entidad resultante de la fusión. De ellos, 370 contestan que seguirían con la nueva entidad.

- (a) Plantea un test para contrastar la hipótesis de que la proporción es la que se formula en el estudio preliminar frente a la que sospecha el analista. ¿A qué conclusión se llega con un nivel de significación del 5%?
- (b) Explica, en el contexto del problema, en qué consisten los errores de tipo I y de tipo II.

OPCIÓN B

1) Una asesoría laboral tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. Para el próximo año quiere conseguir como clientes al menos a 5 empresas y a un número de particulares que, como mínimo, debe de superar en 4 al doble del número de empresas. Además, el número total de clientes anuales no debe superar los 40 clientes. Espera que cada empresa le produzca 800 euros de ingresos anuales y cada particular 600 euros anuales.

- (a) Expresa las restricciones del problema. Representa gráficamente la región factible y calcula sus vértices.
- (b) ¿Qué solución le proporcionaría los mayores ingresos anuales? ¿A cuánto ascenderían dichos ingresos?

2) El precio, en euros, que la acción de una empresa alcanza en el transcurso de una sesión de Bolsa, viene dado por la función $p(t) = 4t^3 - 42t^2 + 120t + 200$, $0 \leq t \leq 7$, t es el tiempo en horas a contar desde el inicio de la sesión. Supongamos que la sesión comienza a las 10 de la mañana ($t=0$) y finaliza 7 horas después (a las 5 de la tarde).

- (a) ¿Entre qué horas el precio de la acción sube y entre qué horas baja? ¿A qué hora el precio de la acción alcanza un valor máximo relativo?, ¿y un valor mínimo relativo? Calcula dichos valores.
- (b) ¿Se alcanza en algún momento un valor máximo absoluto?, ¿y un valor mínimo absoluto? En caso afirmativo, calcula dichos valores.
- (c) Utilizando los resultados anteriores y calculando el punto de inflexión, traza la gráfica de la función $p(t)$.

3) La probabilidad de que se entregue un cheque sin fondos en una entidad bancaria es 0,14. Si en dicha entidad se reciben 900 cheques, calcula:

- (a) El número esperado de cheques sin fondo.
- (b) La probabilidad de que se entreguen más de 110 cheques sin fondo.

4) Se conoce que la renta por persona declarada por todos los ciudadanos de un país sigue aproximadamente una distribución normal con media 10840 euros y desviación típica 2700 euros. Con objeto de analizar la renta de los contribuyentes domiciliados en una cierta Administración de Hacienda, se ha tomado una muestra aleatoria de 400 declaraciones, obteniéndose una renta media de 10500 euros por persona. Si se supone que se mantiene la desviación típica,

- (a) plantea un test para contrastar la hipótesis de que la renta media de las declaraciones presentadas en la Administración es la misma que la global para todo el país, frente a que es menor, tal como parece indicar la muestra, y explica claramente a que conclusión se llega, con un nivel de significación del 1%
- (b) calcula un intervalo del 98% de confianza para la renta media de los contribuyentes de la citada Administración.