

**MATEMÁTICAS II**

*(El alumno/a debe responder solamente a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1= 3 puntos, ejercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos).*

**OPCIÓN A**

1. a) Pon un ejemplo de matriz simétrica de orden 3 y otro de matriz antisimétrica de orden 3.  
 b) Sea  $M$  una matriz simétrica de orden 3, con  $\det(M) = -1$ . Calcula, razonando la respuesta, el determinante de  $M + M^t$ , siendo  $M^t$  la matriz traspuesta de  $M$ .

c) Calcula una matriz  $X$  simétrica y de rango 1 que verifique:  $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Dada la recta  $r: \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ 3x + 5y + 3z - 7 = 0 \end{cases}$

- a) Calcula la ecuación general del plano  $\pi$  perpendicular a  $r$  y que pasa por el punto  $P(2, -1, -2)$ .  
 b) Calcula el punto  $Q$  en el que  $r$  corta a  $\pi$ . Calcula el ángulo que forma el plano  $\pi$  con cada uno de los planos coordenados.

3. a) Definición e interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto.

b) Calcula:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2 \cos x}{\text{sen}(x^2)}$

4. Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de  $y = -x^2 + 1$  y las rectas tangentes a esta parábola en los puntos de corte de la parábola con el eje OX. (Nota: para el dibujo de las gráficas, indicar los puntos de corte con los ejes, el vértice de la parábola y concavidad o convexidad).

**OPCIÓN B**

1. a) Discute, según los valores del parámetro  $m$ , el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} mx + y - 2z &= 0 \\ x + y + z &= 0 \\ x - y + z &= m \end{aligned}$$

- b) Resuélvelo, si es posible, en los casos  $m = 0$  y  $m = -1$ .

2. Dadas las rectas  $r: \begin{cases} x = 3 - 3\lambda \\ y = -4\lambda \\ z = -6 \end{cases}; \quad s: \begin{cases} 4x - 3y - 12 = 0 \\ 5y - 4z - 4 = 0 \end{cases}$

- a) Estudia su posición relativa. Si se cortan, calcula el punto de corte y el ángulo que forman  $r$  y  $s$ .  
 b) Calcula, si existe, el plano que las contiene.

3. Dibuja la gráfica de la función  $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ , estudiando: dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

4. a) Calcula  $\int x \ln(1 + x^2) dx$  (Nota:  $\ln =$  logaritmo neperiano)

- b) Enuncia e interpreta geoméricamente el teorema del valor medio del cálculo integral.

## MATEMÁTICAS II

*(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos).*

### OPCIÓN A

1. a) Pon un exemplo de matriz simétrica de orde 3 e outro de matriz antisimétrica de orde 3.  
 b) Sexa  $M$  unha matriz simétrica de orde 3, con  $\det(M) = -1$ . Calcula, razoando a resposta, o determinante de  $M + M^t$ , sendo  $M^t$  a matriz trasposta de  $M$ .

- c) Calcula unha matriz  $X$  simétrica e de rango 1 que verifique:  $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Dada a recta  $r: \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ 3x + 5y + 3z - 7 = 0 \end{cases}$

- a) Calcula a ecuación xeral do plano  $\pi$  perpendicular a  $r$  e que pasa polo punto  $P(2, -1, -2)$ .  
 b) Calcula o punto  $Q$  no que  $r$  corta a  $\pi$ . Calcula o ángulo que forma o plano  $\pi$  con cada un dos planos coordenados.

3. a) Definición e interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto.

b) Calcula:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2 \cos x}{\operatorname{sen}(x^2)}$

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica de  $y = -x^2 + 1$  e as rectas tanxentes a esta parábola nos puntos de corte da parábola co eixo OX. (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixos, o vértice da parábola e concavidade ou convexidade).

### OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro  $m$ , o sistema de ecuacións lineais

$$\begin{aligned} mx + y - 2z &= 0 \\ x + y + z &= 0 \\ x - y + z &= m \end{aligned}$$

- b) Resólveo, se é posible, nos casos  $m = 0$  e  $m = -1$ .

2. Dadas as rectas  $r: \begin{cases} x = 3 - 3\lambda \\ y = -4\lambda \\ z = -6 \end{cases}; \quad s: \begin{cases} 4x - 3y - 12 = 0 \\ 5y - 4z - 4 = 0 \end{cases}$

- a) Estuda a súa posición relativa. Se se cortan, calcula o punto de corte e o ángulo que forman  $r$  e  $s$ .  
 b) Calcula, se existe, o plano que as contén.

3. Debuxa a gráfica da función  $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ , estudando: dominio, puntos de corte cos eixos, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

4. a) Calcula  $\int x \ln(1 + x^2) dx$  (Nota:  $\ln =$  logaritmo neperiano)

- b) Enuncia e interpreta xeometricamente o teorema do valor medio do cálculo integral.