

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O/A alumno/a debe responder só os exercicios dunha das dúas opcións (A ou B). A puntuación máxima dos exercicios en cada opción é: 3 puntos o exercicio 1, 3 puntos o exercicio 2, 2 puntos o exercicio 3 e 2 puntos o exercicio 4.

OPCIÓN A

1) Dada a ecuación matricial $A \cdot X + A^t = X + B$, sendo A^t a matriz trasposta de A , $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

- (a) Despexar a matriz X . Calcular a matriz inversa de $(A - I_2)$, sendo I_2 a matriz identidade de orde 2.
- (b) Resolver a ecuación matricial.

2) A función $C(t) = -t^3 + 9t^2 - 15t + 50$, $0 \leq t \leq 6$, axústase á cotización en euros de certa moeda nos últimos seis anos ($C(t)$ indica a cotización no tempo t medido en anos).

- (a) Encontra os intervalos de tempo nos que a cotización creceu e nos que decreceu.
- (b) ¿En que momentos houbo unha cotización máis baixa e máis alta? ¿cales foron esas cotizacións?
- (c) ¿Ten $C(t)$ algún punto de inflexión? En caso afirmativo, calcúlao e traza a gráfica da función no intervalo dado de tempo.

3) Realízase un estudo para determinar se os fogares dunha pequena cidade se subscribirían a un servizo de televisión por cable. Os fogares clasifícanse de acordo ao seu nivel de renda: alta, media ou baixa. A seguinte táboa móstranos as probabilidades das distintas interseccións:

| | Renda baixa | Renda media | Renda alta |
|----------------------|-------------|-------------|------------|
| Subscribiríanse | 0,05 | 0,15 | 0,10 |
| Non se subscribirían | 0,15 | 0,47 | 0,08 |

- (a) Se o fogar subscribe o servizo, ¿cal é a probabilidade de que sexa de renda alta?
- (b) ¿Son renda e posible subscrición á televisión por cable independentes? Xustificar a resposta.
- (c) Calcula a probabilidade de que un fogar seleccionado ao chou pertenza polo menos a unha destas categorías: "renda media" ou "desexan subscribirse".

4) Un equipo da garda civil de tráfico fai controis de velocidade nunha travesía dunha determinada poboación. Sábese que a variable velocidade en travesía (en km/h) segue unha distribución normal con media μ e desviación típica σ .

(a) Tras controlar o paso pola travesía de 100 vehículos, dinnos que: "a velocidade media en travesía, μ , toma valores entre 56,08 km/h e 63,92 km/h, co 95% de confianza". Con esta información calcula σ e o valor da media da mostra \bar{X} .

(b) Se tomamos como $\mu = 60$ km/h e co valor de $\sigma = 20$ km/h, calcula a porcentaxe de mostras de 64 vehículos cuxa velocidade media supere os 65 km/h.

OPCIÓN B

1) Unha pequena empresa desexa contratar traballadores de dúas categorías laborais: I e II. Pretende que o número total de traballadores contratados non sexa inferior a 9 nin superior a 12 e, ademais, o número de traballadores da categoría I non poderá ser inferior ao dobre de traballadores da categoría II. O custo laboral dun traballador da categoría I está estimado en 1400 euros ao mes e o dun da categoría II en 1100 euros ao mes.

- (a) Formula o sistema de inecuacións asociado ao enunciado. Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.
- (b) Calcula o número de traballadores de cada categoría laboral que a empresa debe contratar para minimizar os custos laborais mensuais.

2) Unha fábrica produce diariamente un total de 20 artigos de dous modelos diferentes A e B.

O custo de produción diario (en euros) vén dado por $C = 6x^3 + 450y - 2500$, sendo x o número de modelos do tipo A e y o número de modelos do tipo B. ¿Cantos modelos de cada tipo debe producir diariamente para minimizar o custo de produción diario? Calcula ese custo de produción mínimo.

3) Un estudo estima que, en xeral, a probabilidade de que unha empresa tecnolóxica non obteña os beneficios anuais esperados é 0,5; a probabilidade de que unha entidade bancaria non alcance ao final do ano os beneficios esperados é 0,2 e a probabilidade de que ámbalas dúas empresas non obteñan os beneficios anuais esperados é 0,1.

- (a) ¿Cal é a probabilidade de que polo menos unha das dúas non obteña os beneficios anuais esperados?
- (b) ¿Cal é a probabilidade de que soamente unha das dúas non obteña os beneficios anuais esperados?

4) (a) Se os salarios anuais dos traballadores de certa empresa se distribúen segundo unha $N(\mu, \sigma = 1200)$, calcula un intervalo do 95% de confianza para o salario medio anual dos traballadores da empresa, se para iso se seleccionan ao chou 64 traballadores e se obtén que o seu salario medio anual é 26000 euros.

(b) ¿Que tamaño de mostra se necesita para garantir, cun 97% de confianza, unha estimación do salario medio anual dos traballadores da empresa, cun erro non superior a 200 euros?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

El/La alumno/a debe responder solamente a los ejercicios de una de las dos opciones (A o B). La puntuación máxima de los ejercicios en cada opción es: 3 puntos el ejercicio 1, 3 puntos el ejercicio 2, 2 puntos el ejercicio 3 y 2 puntos el ejercicio 4.

OPCIÓN A

1) Dada la ecuación matricial $A \cdot X + A^t = X + B$, siendo A^t la matriz traspuesta de A , $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

- (a) Despejar la matriz X . Calcular la matriz inversa de $(A - I_2)$, siendo I_2 la matriz identidad de orden 2.
(b) Resolver la ecuación matricial.

2) La función $C(t) = -t^3 + 9t^2 - 15t + 50$, $0 \leq t \leq 6$, se ajusta a la cotización en euros de cierta moneda en los últimos seis años ($C(t)$ indica la cotización en el tiempo t medido en años).

- (a) Encuentra los intervalos de tiempo en los que la cotización creció y en los que decreció.
(b) ¿En qué momentos hubo una cotización más baja y más alta? ¿cuáles fueron esas cotizaciones?
(c) ¿Tiene $C(t)$ algún punto de inflexión? En caso afirmativo, calcúlalo y traza la gráfica de la función en el intervalo dado de tiempo.

3) Se realiza un estudio para determinar si los hogares de una pequeña ciudad se suscribirían a un servicio de televisión por cable. Los hogares se clasifican de acuerdo a su nivel de renta: alta, media o baja. La siguiente tabla nos muestra las probabilidades de las distintas intersecciones:

| | Renta baja | Renta media | Renta alta |
|--------------------|------------|-------------|------------|
| Se suscribirían | 0,05 | 0,15 | 0,10 |
| No se suscribirían | 0,15 | 0,47 | 0,08 |

- (a) Si el hogar suscribe el servicio, ¿cuál es la probabilidad de que sea de renta alta?
(b) ¿Son renta y posible suscripción a la televisión por cable independientes? Justificar la respuesta.
(c) Calcula la probabilidad de que un hogar seleccionado al azar pertenezca al menos a una de estas categorías: "renta media" o "desean suscribirse".

4) Un equipo de la guardia civil de tráfico realiza controles de velocidad en una travesía de una determinada población. Se sabe que la variable velocidad en travesía (en km/h) sigue una normal con media μ y desviación típica σ .

(a) Tras controlar el paso por la travesía de 100 vehículos, nos dicen que: "la velocidad media en travesía, μ , toma valores entre 56,08 km/h y 63,92 km/h, con el 95% de confianza". Con esta información calcula σ y el valor de la media de la muestra \bar{X} .

(b) Si tomamos como $\mu = 60$ km/h y con el valor de $\sigma = 20$ km/h, calcula el porcentaje de muestras de 64 vehículos cuya velocidad media supere los 65 km/h.

OPCIÓN B

1) Una pequeña empresa desea contratar trabajadores de dos categorías laborales: I y II. Pretende que el número total de trabajadores contratados no sea inferior a 9 ni superior a 12 y, además, el número de trabajadores de la categoría I no podrá ser inferior al doble de trabajadores de la categoría II. El coste laboral de un trabajador de la categoría I está estimado en 1400 euros al mes y el de uno de la categoría II en 1100 euros al mes.

(a) Formula el sistema de inecuaciones asociado al enunciado. Representa gráficamente la región factible y calcula sus vértices.

(b) Calcula el número de trabajadores de cada categoría laboral que la empresa debe contratar para minimizar los costes laborales mensuales.

2) Una fábrica produce diariamente un total de 20 artículos de dos modelos diferentes A y B.

El coste de producción diario (en euros) viene dado por $C = 6x^3 + 450y - 2500$, siendo x el número de modelos del tipo A e y el número de modelos del tipo B. ¿Cuántos modelos de cada tipo debe producir diariamente para minimizar el coste de producción diario? Calcula ese coste de producción mínimo.

3) Un estudio estima que, en general, la probabilidad de que una empresa tecnológica no obtenga los beneficios anuales esperados es 0,5; la probabilidad de que una entidad bancaria no alcance al final del año los beneficios esperados es 0,2 y la probabilidad de que ambas empresas no obtengan los beneficios anuales esperados es 0,1.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las dos no obtenga los beneficios anuales esperados?
(b) ¿Cuál es la probabilidad de que solamente una de las dos no obtenga los beneficios anuales esperados?

4) (a) Si los salarios anuales de los trabajadores de cierta empresa se distribuyen según una $N(\mu, \sigma = 1200)$, calcula un intervalo del 95% de confianza para el salario medio anual de los trabajadores de la empresa, si para eso se seleccionan al azar 64 trabajadores y se obtiene que su salario medio anual es 26000 euros.

(b) ¿Qué tamaño de muestra se necesita para garantizar, con un 97% de confianza, una estimación del salario medio anual de los trabajadores de la empresa, con un error no superior a 200 euros?