

## MATEMÁTICAS II

*(O alumno/a deber responder só aos exercicios dunha das opcións . Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos).*

### OPCIÓN A

1. Dada a matriz  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,

a) Se  $I$  é a matriz identidade de orde 3, calcula os valores de  $\lambda$  para os que  $A + \lambda I$  non ten inversa. Calcula, se existe, a matriz inversa de  $A - 2I$ .

b) Calcula a matriz  $X$  tal que  $XA + A' = 2X$ , sendo  $A'$  a matriz trasposta de  $A$ .

2. Sexa  $r$  a recta que pasa polo punto  $P(1, -1, -2)$  e é perpendicular ao plano  $\alpha: x + 2y + 3z + 6 = 0$ . Sexa  $s$  a recta que pasa polos puntos  $A(1, 0, 0)$  e  $B(-1, -3, -4)$ .

a) Estuda a posición relativa das rectas  $r$  e  $s$ . Se se cortan, calcula o punto de corte.

b) Calcula a distancia do punto  $A(1, 0, 0)$  ao plano  $\beta$  que pasa polo punto  $P(1, -1, -2)$  e é paralelo a  $\alpha$ .

3. Debuxa a gráfica de  $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$ , estudando: dominio, puntos de corte cos eixos, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

4. a) Enuncia o teorema fundamental do cálculo integral. Sabendo que  $\int_0^x f(t) dt = x^2(1+x)$ , con  $f$  unha función continua en todos os puntos da recta real, calcula  $f(2)$ .

b) Calcula  $\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x^2 + x} dx$

### OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro  $a$ , o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$ax + 2y + 2z = a$$

$$x + y + z = 0$$

$$2x - y + 2z = a$$

b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso  $a = 0$ .

2. Dada a recta  $r: \begin{cases} y = 1 \\ x - z + 4 = 0 \end{cases}$

a) Calcula a ecuación do plano  $\alpha$  que pasa polo punto  $Q(0, 2, 2)$  e contén a recta  $r$ . Calcula a área do triángulo que ten por vértices os puntos de intersección de  $\alpha$  cos eixos de coordenadas.

b) Calcula a ecuación xeral do plano que contén a recta  $r$  e é perpendicular ao plano  $\alpha$ .

3. a) Define función continua nun punto. ¿Cando se di que unha discontinuidade é evitable? ¿Para que valores de  $k$ , a función  $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + k}$  é continua en todos os puntos da recta real?

b) Determina os valores de  $a, b, c, d$  para que a función  $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  teña un máximo relativo no punto  $(0, 4)$  e un mínimo relativo no punto  $(2, 0)$ .

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola recta  $x + y = 7$  e a gráfica da parábola  $f(x) = x^2 + 5$ . (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixos, o vértice da parábola e concavidade ou convexidade)